两宋时期中国数学的发展

沈 斌

北宋时期，中国的数学除了传承了唐代的思路，还对一般的数学问题产生了新的发展。最著名的就是贾宪。大家熟知的二项式系数三角，也就是俗称“杨辉三角形”的公式其实最早是贾宪得到的，《十万个为什么》中就纠正了这一说法。贾宪官至左班殿直，大概是禁军中在宫中值班的低阶武官。但他师从天文学家楚衍，学习并发展了不少天文、数学方法，例如增乘开方法。北宋的另一位官员学者就是沈括，他的数学成就主要是会圆术和隙积术。会圆术，实际上是指由弦求弧的方法，其主要思路是局部以直代曲，对圆的弧矢关系给出一个比较实用的近似公式。在中国数学史上，沈括第一个利用弦、矢求出了孤长的近似值。这一方法的创立，不仅促进了平面几何的发展，而且在天文计算中也起了重要的作用，为中国球面三角学的发展作出了重要贡献。会圆术问世后，得到了广泛应用，郭守敬、王恂等都用到过会圆术。隙积术指如何计算垛积，沈括运用类比、归纳的方法，以体积公式为基础，把求解不连续个体的累积数，化为连续整体数值来求解，已具有了用连续模型解决离散问题的思想。在中国国数学史上，发展了自南北朝时期就停滞不前的等差级数求和问题，并推进到高阶等差级数求和的新阶段，开创了中国垛积术研究的先河。南宋数学家杨辉、元朝数学家朱世杰，在沈括的基础上进一步研究，取得了令世人瞩目的成就。

南宋的数学家以秦九韶和杨辉为代表。秦九韶一生精研星象、音

律、算术、诗词、弓、剑、营造之学，历任琼州知府、司农丞，后遭贬，卒于梅州任所。1247 年秦九韶完成的著作《数书九章》是那个时代全世界范围内最一流的数学著作。其中的大衍求一术（一次同余方程组问题的解法，也就是现在所称的中国剩余定理）、三斜求积术和秦九韶算法(高次方程正根的数值求法)是有世界意义的重要贡献，表述了一种求解一元高次多项式方程的数值解的算法——正负开方术。在《数书九章》中还记录了秦九韶早年作为民间武装的首领在潼关御敌的经历，书中所涉及的军事问题之多也是空前。可惜这样一流的人物居然在历史上没有留下传记。原因可能是因为党争，也反映了北宋以后对于政治的包容性越来越少。

杨辉更多的像是一位数学总结者和教育家。他一生著作颇丰，主要著有数学著作 5 种 21 卷，即《详解九章算法》12 卷（1261），《日用算法》2 卷（1262），《乘除通变本末》3 卷（1274），《田亩比类乘除捷法》2 卷（1275）和《续古摘奇算法》2 卷（1275）（其中《详解》和《日用算法》已非完书）。后三种合称为《杨辉算法》。朝鲜、日本等国均有译本出版，流传世界。

南宋时期北方的数学家是金元时代的数学家、文学家李冶。李冶是元好问的好友，世称“元李”。元好问著名的《摸鱼儿》雁丘词就有李冶的同词牌和词：

雁双双，正分汾水，回头生死殊路。

天长地久相思债，何似眼前俱去！

摧劲羽，倘万一幽冥，却有重逢处。

诗翁感遇。

把江北江南，风嘹月唳，并付一丘土。

仍为汝，小草幽兰丽句，声声字字酸楚。

拍江秋影今何在？

宰木欲迷堤树。

霜魂苦，算犹胜，王嫱青冢贞娘墓。

凭谁说与？叹鸟道长空，龙艘古渡，马耳泪如雨。

李冶的数学成就是天元术（设未知数并列方程的方法），用以研究直角三角形内切圆和旁切圆的性质。李冶一生著作虽多，但他最得意的还是自己主攻天元术的数学著作《测圆海镜》。他在弥留之际对儿子克修说："吾平生著述，死后可尽燔去。独《测圆海镜》一书，虽九九小数，吾常精思致力焉，后世必有知者。庶可布广垂永乎？"

宋代数学的稳步发展，在解方程，近似算法，球面几何、连续方法、数列求和，应用数学问题等各方面都有很大的进步，这些都为元代数学进一步发展做足了准备。